

1. Oblicz całki:

a).  $\int \left(x^4 + 3x^3 - \frac{1}{x}\right) dx$  b).  $\int \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x}} dx$  c).  $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}$  d).  $\int \sqrt{3^x} dx$  e).  $\int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x^5}}{x^2} dx$  f).  $\int \frac{1-x}{x^2} dx$

2. Oblicz całki, korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez części:

a).  $\int x \cos x dx$  b).  $\int x e^x dx$  c).  $\int x \ln x dx$  d).  $\int x^2 \cos x dx$  e).  $\int \ln x dx$  f).  $\int \ln^2 x dx$   
g).  $\int e^x \cos x dx$  h).  $\int x^2 e^{-x} dx$  i).  $\int \sqrt{x} \ln x dx$  j).  $\int x e^{2x} dx$  k).  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ , l).  $\int \arcsin x dx$

3. Oblicz całki metodą podstawiania:

a).  $\int (3x+1)^3 dx$  b).  $\int \frac{dx}{2x-3}$  c).  $\int \sin x e^{\cos x} dx$  d).  $\int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$  e).  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$  f).  $\int x e^{x^2} dx$   
g).  $\int \frac{1+\ln x}{3+x \ln x} dx$  h).  $\int \frac{3x}{\sqrt{1+x^2}} dx$  i).  $\int \operatorname{tg} x dx$  j).  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$  k).  $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$  l).  $\int \frac{dx}{x^2+4}$   
m).  $\int \frac{x-3}{x^2-6x+5} dx$  n).  $\int \frac{3}{4x^2+2} dx$  o).  $\int \frac{7}{\frac{1}{2}x^2+3} dx$  p).  $\int \frac{x}{(x^2+3)^2} dx$  q).  $\int \frac{x^2+1}{(x^2+2x+3)^2} dx$   
r).  $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$  s).  $\int \frac{dx}{(3x-2)^4}$  t).  $\int x \sqrt[3]{3x-1} dx$

4. Oblicz całki:

a).  $\int_0^1 (2x^3 - 5x^2 + 3x + 4) dx$ , b).  $\int_1^4 \frac{4x - 2\sqrt{x}}{x} dx$ , c).  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ , d).  $\int_3^5 \frac{x}{x^2-4} dx$ ,  
e).  $\int_0^2 \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$ , f).  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ , g).  $\int_{-2}^{-1} x^2 e^{-2x} dx$

5. Oblicz pole obszaru ograniczonego liniami:

a).  $y = x^3 - 4x$  i osią  $Ox$ , b).  $y = x^2, x = -1, x = 2$ , c).  $y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 3x$ , d).  $y = x^2 + 2, y = x + 5$   
e).  $y = x, y = 3x, x + y = 4$  f).  $y = -x^3 + 3x^2 - 2x$ , i oś  $Ox$ , g).  $y = x^2 + 1, y = 5$ , h).  $y = x^3 - x^2 - x, y = x$   
i).  $y = x^2 - 4x + 5, y = -x^2 + 8x - 5$ , j).  $y^2 = 5x, x = 4$ , k).  $y = x^2, y^2 = x$

6. Oblicz objętość bryły, powstałej przez obrót dookoła osi  $Ox$ :

a).  $y = 2x, 0 \leq x \leq 3$ , b).  $y = \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , c).  $y = 3\sqrt{x}, 1 \leq x \leq 2$ , d).  $y = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 1$

7. Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi  $Ox$  figury, zawartej między liniami  $y = e^{2x}, y = 0, x = 0, x = 1$ .

8. Oblicz pole powierzchni bocznej bryły powstałej przez obrót dookoła osi  $Ox$  paraboli  $y^2 = 16x, 1 \leq x \leq 2$ .

9. Oblicz całki niewłaściwe:

a).  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ , b).  $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$ , c).  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ , d).  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ , e).  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$ ,  
f).  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2}$ , g).  $\int_0^2 \frac{x dx}{x-1}$ , h).  $\int_1^\infty \frac{dx}{x}$ , i).  $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2}$ , j).  $\int_0^\infty e^{-2x} dx$ , k).  $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$

10. Oblicz pole figury zawartej między osią  $Ox$  i krzywą:

a).  $y = \frac{1}{x}, x \geq 1$ , b).  $y = \frac{1}{x^2}, x \geq 2$ , c).  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, x \geq 1$ .

11. Oblicz objętości brył powstałych przez obrót figur z poprzedniego zadania dookoła osi  $Ox$ .