1. Zbadaj monotoniczność ciągu:

$$\text{a). } a_n = \frac{2n+1}{n+1} \quad \text{b). } a_n = n^2+1 \quad \text{c). } a_n = \frac{3n+2}{5n+3} \quad \text{d). } a_n = \frac{2}{n} \quad \text{e). } a_n = \frac{1}{3^n} \quad \text{f). } a_n = n^2-n \quad \text{g). } a_n = \frac{n}{n!}$$

2. Sprawdź czy ciąg jest ograniczony z dołu lub z góry, czy jest ograniczony:

$$\text{a). } a_n = \sqrt[n]{3} \quad \text{b). } a_n = log_2 n \quad \text{c). } a_n = \frac{n}{n+2} \quad \text{d). } a_n = 2^{-n}$$

$$\text{e). } a_n = \frac{n^2-1}{n} \quad \text{f). } a_n = \frac{n}{n^2+3} \quad \text{g). } a_n = 2-\cos n \quad \text{h). } a_n = (-1)^n$$

3. Pokaż, że ciąg $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ jest rosnący i ograniczony.

4. Oblicz z definicji granicę ciągu:

$$\text{a). } a_n = -\frac{3}{n+1} \quad \text{b). } a_n = \frac{1}{n}$$

5. Wyznacz granice ciągów:

$$\text{a). } a_n = \frac{2n^2-3n+5}{3+5n-2n^2} \quad \text{b). } a_n = \left(\frac{5n+4}{3n-2}\right) \quad \text{c). } a_n = \frac{n^2+n}{n-2} \quad \text{d). } a_n = \frac{\sqrt[2]{3n^2+3}}{\sqrt{n^2+5}} \quad \text{e). } a_n = \left(-\frac{1}{2}^n\right)$$

$$\text{f). } a_n = 3^n \quad \text{g). } a_n = \sqrt{4n^2+2n-4}-2n \quad \text{h). } a_n = \sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2+1} \quad \text{i). } a_n = \sqrt{\frac{3n-2}{n+5}}$$

$$\text{j). } a_n = \frac{\sqrt{1+2n^2}-\sqrt{1+8n^2}}{n} \quad \text{k). } a_n = \sqrt[3]{n^3+4n^2}-n \quad \text{l). } a_n = \sqrt{n^2+1}-n \quad \text{m). } a_n = \frac{3^{2n+1}-2}{9^n-11}$$

$$\text{n). } a_n = \frac{5\cdot 3^{2n}-7}{4\cdot 9^n+15} \quad \text{o). } a_n = -\frac{4^{n-1}}{9^{n+1}} \quad \text{p). } a_n = \frac{2^{n+1}-3^{n+3}}{3^{n+3}}$$

6. Wyznacz granice ciągów:

$$\text{a). } a_n = \left(1+\frac{3}{n}\right)^n \quad \text{b). } a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} \quad \text{c). } a_n = \left(\frac{n+3}{n+2}\right)^n$$

$$\text{d). } a_n = \left(1-\frac{1}{n}\right)^n \quad \text{e). } a_n = \left(1-\frac{3}{n}\right)^{n+1}$$

7. Korzystając z twierdzenia o trzech ciągach, wyznacz granice ciągów:

$$\text{a). } a_n = \sqrt[n]{2^n+3^n+4^n} \quad \text{b). } a_n = \sqrt[n]{7^n+12^n} \quad \text{c). } a_n = \frac{sinn}{n}$$