

1. Zbadaj zbieżność szeregów:

$$\begin{aligned}
 & \text{a). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+3}, \quad \text{b). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^3+3}, \quad \text{c). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}, \quad \text{d). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!}, \quad \text{e). } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^{n+1}}}, \quad \text{f). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+\frac{1}{n})^n}{n^2 3^n}, \\
 & \text{g). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!(n+3)! \cdot 3^n}{(2n)!}, \quad \text{h). } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}, \quad \text{i). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}, \quad \text{j). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2+1}, \quad \text{k). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{n^2-2}, \\
 & \text{l). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+n^2}}, \quad \text{m). } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \text{n). } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10}{3\pi}\right)^n, \quad \text{o). } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{\frac{n+1}{n^3+2}}, \quad \text{p). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}, \\
 & \text{q). } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2^n}, \quad \text{r). z kryterium całkowego } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}
 \end{aligned}$$

2. Wyznacz sumę szeregu:

$$\text{a). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}, \quad \text{b). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}, \quad \text{c). } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

3. Wyznacz przedział zbieżności szeregu potęgowego oraz zbadaj jego zbieżność na końcach przedziału zbieżności:

$$\begin{aligned}
 & \text{a). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}, \quad \text{b). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n x^n}{n}, \quad \text{c). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n x^n}{n!}, \quad \text{d). } \sum_{n=1}^{\infty} x^n n^n, \quad \text{e). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{10^n} x^n, \quad \text{f). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} x^n, \\
 & \text{g). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+n)^{2n}}{3^{3n}} x^n, \quad \text{h). } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-4}\right)^{2n} x^n, \quad \text{c). } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n
 \end{aligned}$$

4. Wyznacz sumę szeregu:

$$\text{a). } \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{3}\right)^n, \quad \text{b). } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}, \quad \text{c). } \sum_{n=0}^{\infty} n x^n, \quad \text{d). } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}.$$

5. Napisz szereg Maclaurina dla podanej funkcji, podaj jego przedział zbieżności:

$$\text{a). } f(x) = e^x, \quad \text{b). } f(x) = e^{-x^2}, \quad \text{c). } f(x) = 2xe^x, \quad \text{d). } f(x) = \arctg x, \quad \text{e). } f(x) = \ln(1+x), \quad \text{f). } f(x) = \frac{\arctg x}{x}$$

6. Wyraż całki za pomocą szeregów:

$$\text{a). } \int \frac{\sin x}{x} dx, \quad \text{b). } \int \frac{\arctg x}{x} dx, \quad \text{c). } \int \frac{1 - \cos x}{x^2} dx, \quad \text{d). } \frac{e^x}{x^2}$$